

LISP-STATによる無作為標本抽出の コンピュータ・シミュレーション： 有限母集団の場合 (v00-15)

上條哲男 (上智大学経済学部)

2004 年 (平成 16 年) 7 月 12 日

1 はじめに

標本は、母集団の一部分に関する数量データの集まりである。母集団に関する推定 (統計的な推定) あるいは仮説検定 (統計的な仮説検定) を標本に基づいて行うためには、標本抽出は無作為になされる必要がある。基本的な無作為標本抽出法が、単純無作為標本抽出法であり、この抽出法により抽出された標本を単純無作為標本とよぶ。

使用するコンピュータ・プログラミング言語は LISP である (栗原 (1993), Steele(1990), 竹内 (1986), Winston and Horn(1989), および湯浅, 萩谷 (1986) などを参照)。プログラムの作成および実行には、LISP-STAT を利用している (竹村 (1997), 垂水 (1999), および Tierney(1990) などを参照)。ミネソタ大学の School of Statistics の Luke Tierney が LISP-STAT を考案し、コンピュータ・ソフトウェアである XLISP-STAT を開発した。XLISP-STAT は、LISP 言語の方言の 1 つである XLISP 言語を使用している。

シミュレーションについては、Bratley, Fox, and Schrage(1987), Freund and Williams(1977, 11; 邦訳 (1974, 8)), 藤曲哲郎, 森 隆一, 山本 浩 (1996), Hammersley and Handscomb(1964), 石川 宏 (1994), 木下宗七編 (1996, 第 7 章), Law and Kelton(1991), 宮武 修, 脇本和昌 (1978), Naylor, Balintfy, Burdick, and Chu(1966), Pidd(1998), Rubinstein and Melamed(1998), および津田孝夫 (1995) などを参照。

つぎの 2 においては、「単純無作為標本抽出法」について、3 においては、「単

純無作為標本抽出のシミュレーション：有限母集団の場合」について説明する。
無限母集団からの無作為標本抽出のシミュレーションについては、上條 (2004) を参照。

2 単純無作為標本抽出法

単純無作為標本抽出法について説明する (Freund and Williams(1977, 11 (pp.240-260); 邦訳 (1974, 8(上, pp.217-237))) を参照)。

単純無作為標本抽出法を考える場合に、まず、母集団を、2種類の母集団、すなわち、「有限母集団」と「無限母集団」とに区分して考える必要がある。

有限母集団は、個人、対象、あるいは実験結果に関する有限個の、あるいは一定数の数量データから構成されている。有限母集団の例としては、ある会社のある部門に所属する女性 500 人における各人が所有するハンドバックの個数、ある大学のある学部在籍する学生 1,000 人における各学生の職業適性検査の点数、あるいはある地域に居住する 10,000 世帯における各世帯の世帯人数などがあげられる。

有限母集団とは対照的に無限母集団は、少なくとも仮想的には、その母集団に含まれる数量データの数に限界がないような母集団である。例えば、サイコロを、仮想的に考えられるという意味で無限回投げた場合を想定すれば、そのようにして得られるはずの結果がつくる母集団は、無限母集団である。また、ある金属棒の長さを定規で測定する場合に、仮想的に考えられる無限回の測定値がつくる母集団も、無限母集団である。

標本に基づいて推定あるいは仮説検定を行うためには、無作為標本抽出法がどのようなものであるかを理解しておくことが必要である。その基本的な方法が単純無作為標本抽出法である。

なお、有限母集団からの標本抽出を考える場合に、抽出が復元 (with replacement) であるか、あるいは非復元 (without replacement) であるかを区分して考える必要がある。復元抽出とは、抽出した要素を、母集団に戻してから、さらに抽出を続けるという形式の抽出であり、非復元抽出とは、抽出した要素を、母集団に戻さないで、さらに抽出を続けるという形式の抽出である。

有限母集団からの復元抽出は、無限母集団からの抽出とみなしうるので、有限母集団からの無作為標本抽出を考える場合、特に断らない限り、その抽出は、非復元抽出であるとする。

単純無作為標本抽出法がどのようなものであるかを、その方法を有限母集団において使用するものとして考えてみることにする。

そのためには、つぎの3つの問いに答える必要がある。問1.「大きさ N のある有限母集団から、異なる要素からなる大きさ n の標本を何種類抽出できるか」、問2.「単純無作為標本はどのように定義されるか」、および問3.「実際には、どのようにすれば単純無作為標本を抽出することができるのか」である。

問1.における「抽出できる標本の種類数」は、「組み合わせの数」 ${}_NC_n$ (N 個の要素からなる集合から異なる n 個の要素を選び出す方法の数)を計算することによって求められる。「組み合わせの数」 ${}_NC_n$ の公式は、

$${}_NC_n = \frac{N!}{(N-n)!n!} \quad (1)$$

である。ここで、 $N!$ は、「 N の階乗」とよび、

$$\begin{aligned} N! &= 1 && (\text{ただし、} N = 0 \text{ の場合}) \\ &= N(N-1)(N-2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1 && (\text{ただし、} N \geq 1 \text{ の場合}) \end{aligned} \quad (2)$$

と定義される。たとえば、 $1!=1$, $2!=2 \cdot 1=2$, $3!=3 \cdot 2 \cdot 1=6$, $4!=4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1=24$, そして $5!=5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1=120$ である。

大きさ $N = 5$ の母集団から大きさ $n = 3$ の標本を ${}_5C_3 = 10$ 種類、大きさ $N = 10$ の母集団から大きさ $n = 3$ の標本を ${}_{10}C_3 = 120$ 種類、大きさ $N = 100$ の母集団から大きさ $n = 3$ の標本を ${}_{100}C_3 = 161,700$ 種類、大きさ $N = 500$ の母集団から大きさ $n = 3$ の標本を ${}_{500}C_3 = 20,708,500$ 種類、大きさ $N = 1,000$ の母集団から大きさ $n = 3$ の標本を ${}_{1,000}C_3 = 166,167,000$ 種類、そして大きさ $N = 10,000$ の母集団から大きさ $n = 3$ の標本を ${}_{10,000}C_3 = 166,616,670,000$ 種類抽出できる。

問2の解答はつぎのようになる。ある有限母集団から、非復元抽出によって抽出された単純無作為標本とは、同一の確率 $\frac{1}{{}_NC_n}$ で選び出されることになる、 ${}_NC_n$ 通りのすべての標本のうちの1つである。たとえば、5人の人 a, b, c, d, および e がある部屋におり、その5人からなる母集団から3人からなる標本を非復元抽出するものとする、前述したように10種類の標本が可能である。各標本は、

(a b c), (a b d), (a b e), (a c d), (a c e),
(a d e), (b c d), (b c e), (b d e), (c d e)

のとおりである。したがって、これらの標本が確率 $\frac{1}{10}$ で抽出できれば、そのようにして抽出された標本は単純無作為標本であるといえる。

「実際には、どのようにすれば単純無作為標本を抽出することができるのか」という問 3 について考えることにする。

大きさ n の標本を非復元で単純無作為標本抽出するには、各標本に 1 から ${}_NC_n$ の番号を付け、乱数表から ${}_NC_n$ の桁数の乱数を抽出し、該当する標本を抽出する（なお、 ${}_NC_n$ が 10 の累乗で割り切れる場合には、乱数の桁数をその累乗の値とする。たとえば、 ${}_NC_n$ が 10 であるとすれば、10 の 1 乗で割り切れるので、1 桁の乱数を使用することにする）。ここで、5 人の人 a, b, c, d, および e からなる母集団から、3 人からなる標本を非復元抽出する前述の例の場合について説明することにする。標本 (a b c) に 1 の、標本 (a b d) に 2 の、…そして標本 (c d e) に 0 (10 ではなく 0) の番号を付ける。つぎに、乱数表から 1 桁の乱数を抽出し、該当する標本を抽出する。

母集団の大きさ N が小さい場合には、「すべての標本を列挙する」ことは可能であるが、母集団の大きさが大きい場合には、「すべての標本を列挙する」ことは、現実的にはかなりやっかいなことである。

「すべての標本を列挙する」ことをしないで単純無作為標本を非復元で抽出する方法を説明する。それには、まず、母集団の各要素に 1 から N までの番号を付ける。つぎに、乱数表から N の桁数の乱数を抽出し、該当する要素を n 個、非復元で抽出する（なお、 N が 10 の累乗で割り切れる場合には、乱数の桁数をその累乗の値とする。たとえば、 N が 10 であるとすれば、10 の 1 乗で割り切れるので、1 桁の乱数を使用することにする）。ここで、5 人の人 a, b, c, d, および e からなる母集団から、3 人からなる標本を非復元抽出する前述の例の場合について説明することにする。母集団の要素 a に 1 の、母集団の要素 b に 2 の、…そして母集団の要素 e に 5 の番号を付ける。つぎに、乱数表から 1 桁の乱数を抽出し、以前と同じ乱数が抽出された場合にはその乱数を捨てることにして、該当する要素を 3 個抽出する。

これまでは、有限母集団からの無作為標本についてのみ考えてきた。無限母集団からの無作為標本という概念は、もう少し定義がむずかしい内容をもっているが、その基本的な性質は、以下のような簡単な例で、おおよその見当はつくであろう。いま、1 つのサイコロを 60 回投げた結果は、そのサイコロを投げた場合のすべての可能な結果からなる仮想的に無限な母集団からのある標本であると考えられる。その場合、1, 2, 3, 4, 5, そして 6 が出る確率が、サイコロを投げるそれぞれの場合において同一であり、しかも上記の 60 回投げる場合が独

立であるならば、その標本は無作為であるといえよう。一般的にいえば、「ある無限母集団から抽出された無作為標本の各要素は、うまく等確率になるような形で選び出されなければならないし、逐次行われる選択は、互いに独立でなければならない」。

3 単純無作為標本抽出のシミュレーション： 有限母集団の場合

有限母集団からの単純無作為標本抽出をシミュレーションで行う方法について説明する。

母集団から標本を抽出し、標本統計値（標本における統計値）を計算する目的の 1 つは、その標本統計値に基づいて、母統計値（母集団における統計値）に関する推定あるいは仮説検定をすることである。たとえば、標本平均値（標本における平均値）を計算する目的の 1 つは、その標本平均値に基づいて、母平均値（母集団における平均値）に関する推定あるいは仮説検定をすることである。したがって、母集団から標本を抽出する際には、母集団の数量的データについては、本来未知である。

有限母集団からシミュレーションにより単純無作為標本抽出を行うということは、まず、有限母集団が既知であると仮定し、つぎに、その有限母集団から乱数に基づいて標本を抽出するということである。

つぎの 3.1 においては、乱数表を見ながら行うハンド・シミュレーションについて、3.2 では、LISP-STAT によるコンピュータ・シミュレーションについて説明する。

3.1 乱数表を見ながら行うハンド・シミュレーション

ここで用いる仮説的な母集団は S 大学の E 学部に在籍する学生 990 人の「国語の試験の点数」である。学生には、第 1 番から第 990 番までの番号が付けられている。990 人の学生から 30 人の学生を非復元で単純無作為抽出し、「国語の試験の点数」を記録する（表 1 参照）。手順はつぎのとおりである。

- (1) 表 1 の枠を作成する。
- (2) 付録 B の「3 桁の乱数表」の第 1 番目の乱数 218 から 30 個の乱数を抽出し、

乱数の欄に記入する。なお、000、991 から 999 まで、および以前に抽出された乱数と数が同じである乱数が抽出された場合には、その乱数は記録しないものとする。そのような場合には、30 より多くの乱数を抽出することになる。

- (3) 付録 A の「国語の試験の点数 (S 大学, E 学部)」の表から、乱数を学生番号として、その学生の試験の点数を乱数の下の点数の欄に記録する。第 1 の乱数は 218 であるので、第 218 番の学生が抽出され、その学生の点数は 60 点となっている。第 2 の乱数は 956 であるので、第 956 番の学生が抽出され、その学生の点数は 44 点となっている。同様にして、第 30 の乱数は 267 であるので、第 267 番の学生が抽出され、その学生の点数は 43 点となっている。

表 1: 乱数表を見ながら行うハンド・シミュレーションの結果
有限母集団：S 大学の E 学部 に在籍する
学生 990 人の「国語の試験の点数」
標本の大きさ (n): 30

抽出番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
乱数	218	956	829	561	415	066	257	109	043	633
点数	60	44	44	62	57	89	30	46	47	28
抽出番号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
乱数	061	449	401	754	797	001	897	350	094	013
点数	69	65	54	36	65	73	87	33	21	75
抽出番号	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
乱数	859	840	123	007	260	912	113	351	822	267
点数	25	28	65	64	71	14	81	79	29	43

3.2 XLISP-STAT によるコンピュータ・シミュレーション

有限母集団からの単純無作為標本抽出のコンピュータ・シミュレーションを XLISP-STAT を利用して実行することにする。

XLISP-STAT を起動し、まず、フロップドライブ (a: とする) に入れてある

フロッピーディスク内のフォルダ book-stat 内のサブフォルダ data 内のサブサブフォルダ univS-facultyE 内のデータ ファイル

kokugo-tensu-pop-list-univS-facultyE.lsp

を load し、つぎに、フォルダ book-stat 内のサブフォルダ programs 内のサブサブフォルダ ranbom-number 内のサブサブサブフォルダ ranbom-number-seed にあるプログラム ファイル

random-number-seed-v01-01.lsp

(v01-01 は version 01.01 を示しており、変更されている場合がある)

を load し、さらに、フォルダ book-stat 内のサブフォルダ programs 内のサブサブフォルダ sampling-finite-pop 内にあるプログラム ファイル

sampling-without-replacement-finite-population-v01-01.lsp

(v01-01 は version 01.01 を示しており、変更されている場合がある)

を load する。

母集団は、S 大学の E 学部 に在籍する学生 990 人の「国語の試験の点数」である (付録 A 参照)。その母集団は、データ ファイル「kokugo-tensu-pop-list-univS-facultyE.lsp」内のデータ「kokugo-tensu-pop-list-univS-facultyE」である。まず、(1) 抽出された学生の点数に関する表を作成する方法を、つぎに (2) 抽出された学生の点数のリストを求める方法を説明する。

(1) 抽出された学生の点数に関する表を作成する方法

抽出された学生の点数に関する表を作成するためには、関数 (table-sample-without-replacement-finite-pop no-within-class name seed population sample-size) を実行する。no-within-class を 123456789、name を tetsuo-kamijo、seed (種子の初期値) を 123456789 とし、populaion (母集団) を kokugo-tensu-pop-list-univS-facultyE とし、そして sample-size (標本の大きさ) を 30 とし、上記関数を実行するには、促進記号 (>) の後ろに、

```
> (table-sample-without-replacement-finite-pop 123456789
    'tetsuo-kamijo 123456789
    kokugo-tensu-pop-list-univS-facultyE 30)
```

と入力する。その結果は、表 2 の「XLISP-STAT によるコンピュータ・シミュレーション」に表示されている。30 個の点数は、表 1 の「乱数表を見ながら行うハンド・シミュレーション」の 30 個の点数と同じである。

(2) 抽出された学生の点数のリストを求める方法

抽出された学生の点数のリストを求めるためには、関数 (sampling-without-replacement-finite-pop-fun seed population sample-size) を実行する。なお、結果のリストを sample-01-30-kg-us-fe-tk とすることにする (ここで、kg: 国語の試験の点数、us: University S、および fe: Faculty E である。また、tk は tetsuo kamijo のイニシャルである)。seed (種子の初期値) を 123456789 とし、population (母集団) を kokugo-tensu-pop-list-univS-facultyE とし、sample-size (標本の大きさ) を 30 とし、促進記号 (>) の後ろに、

```
> (def sample-01-30-kg-us-fe-tk
    (sampling-without-replacement-finite-pop-fun
      123456789 kokugo-tensu-pop-list-univS-facultyE 30)
  )
```

と入力する。その結果、sample-01-30-kg-us-fe-tk は

```
> sample-01-30-kg-us-fe-tk
(60 44 44 62 57 89 30 46 47 28
 69 65 54 36 65 73 87 33 21 75
 25 28 65 64 71 14 81 79 29 43)
```

となる。この 30 個の点数は、表 1 の「乱数表を見ながら行うハンド・シミュレーションの結果」および表 2「XLISP-STAT によるコンピュータ・シミュレーションの結果」の 30 個の点数と同じである。

この sample-01-30-kg-us-fe-tk を、フロップドライブ a:にあるフロッピー内のフォルダ LS-tk 内にファイル名を sample-01-30-kg-us-fe-tk.lsp として保存す

表 2: XLISP-STAT によるコンピュータ・シミュレーションの結果
 有限母集団：S 大学の E 学部 に在籍する
 学生 990 人の「国語の試験の点数」
 標本の大きさ (n) : 30

```
> (table-sample-without-replacement-finite-pop 123456789
    'tetsuo-kamijo 123456789
    kokugo-tensu-pop-list-univS-facultyE 30)
```

Table of Sample

Sampling: Sampling Without Replacement
 Population: Finite Population

```
no-within-class:      123456789
Name:                 TETSUO-KAMIJO
seed:                 123456789
Smple Size:           30
```

i	i	i+1	i+2	i+3	i+4	i+5	i+6	i+7	i+8	i+9
1	60	44	44	62	57	89	30	46	47	28
11	69	65	54	36	65	73	87	33	21	75
21	25	28	65	64	71	14	81	79	29	43

るには

```
> (savevar 'sample-01-30-kg-us-fe-tk  
      "a:/LS-tk/sample-01-30-kg-us-fe-tk")
```

とする。

XLISP-STAT を終了し、再度起動した場合に、このファイルを load すると、データとして、sample-01-30-kg-us-fe-tk が使用できるようになる。

付録 A 国語の試験の点数 (S 大学, E 学部)

付録 A.1 学生番号: No.1 から No.500 まで

```
> (table1-kokugo-pop-univS-facultyE)
```

Table No.1 of Kokugo Tensu in Population(N=990)
Univ(ersity) S, Faculty E

i	i	i+1	i+2	i+3	i+4	i+5	i+6	i+7	i+8	i+9
1	73	71	27	11	85	67	64	24	74	47
11	39	80	75	83	64	83	21	85	81	42
21	29	54	72	28	18	78	28	71	24	74
31	65	11	64	65	66	84	52	59	85	12
41	43	80	47	61	30	81	20	67	86	38
51	25	38	66	80	72	26	47	76	41	68
61	69	87	21	89	66	89	76	85	81	26
71	18	20	74	14	60	42	42	52	26	27
81	85	26	13	10	24	85	61	63	62	47
91	73	83	85	21	73	76	80	77	67	18
101	32	50	70	78	26	49	43	84	46	30
111	26	65	81	61	79	64	82	79	38	86
121	39	58	65	69	58	81	83	46	33	25
131	76	35	48	30	40	50	23	35	59	84
141	51	81	39	33	65	81	27	43	49	69
151	83	58	15	70	21	75	76	58	30	29
161	48	76	64	30	68	73	67	19	78	45
171	27	85	27	57	12	29	67	17	84	73
181	81	27	83	85	30	23	76	84	77	63
191	21	86	50	71	80	53	65	67	32	10
201	19	20	36	47	77	25	61	56	71	79
211	37	70	62	64	53	77	73	60	35	66
221	33	73	21	62	64	27	67	19	41	61
231	43	33	80	40	77	76	65	22	81	49
241	57	85	32	79	32	55	20	80	68	64
251	61	29	85	26	75	83	30	65	60	71
261	76	50	34	49	33	28	43	72	85	89
271	32	25	69	74	89	52	34	45	33	52
281	53	32	51	36	68	77	36	36	49	59
291	57	36	82	84	51	60	13	67	80	13
301	82	12	11	49	37	41	81	72	64	13
311	60	69	61	18	85	78	55	78	55	39
321	40	89	69	28	71	68	75	56	47	61
331	89	72	77	21	56	81	37	27	65	35
341	63	20	17	32	77	53	76	47	25	33
351	79	15	46	58	35	88	82	35	86	56
361	82	79	11	21	52	68	70	36	57	36
371	22	78	77	43	38	86	89	33	82	74
381	65	79	69	81	40	33	30	75	71	65
391	44	63	84	62	43	57	33	67	12	64
401	54	79	67	26	34	29	65	87	88	14
411	62	72	88	12	57	24	78	60	69	47
421	82	34	37	59	68	78	20	10	63	23
431	62	34	38	72	29	57	57	89	50	56
441	56	47	11	34	45	32	71	62	65	13
451	36	19	66	79	21	19	81	21	65	81
461	52	76	66	28	62	50	89	78	84	40
471	77	21	74	72	69	79	88	10	38	55
481	74	46	79	74	37	86	23	31	22	32
491	35	43	20	53	31	52	29	66	41	72

付録 A.2 学生番号： No.501 から No.990 まで

> (table2-kokugo-pop-univS-facultyE)

Table No.2 of Kokugo Tensu in Population(N=990)
Univ(ersity) S, Faculty E

i	i	i+1	i+2	i+3	i+4	i+5	i+6	i+7	i+8	i+9
501	67	36	28	63	79	36	60	68	83	71
511	66	22	86	88	34	25	12	68	77	57
521	32	78	49	60	70	64	62	38	63	77
531	72	46	85	69	54	80	62	45	76	32
541	62	67	46	80	21	40	63	82	36	49
551	65	79	26	72	21	83	17	14	51	61
561	62	53	86	73	20	83	82	63	72	80
571	63	34	13	65	59	53	61	85	57	37
581	59	79	73	73	36	87	71	69	68	78
591	74	80	41	65	69	69	19	43	73	34
601	26	70	53	65	52	70	21	69	29	77
611	67	19	64	55	69	74	50	47	69	23
621	35	63	56	34	38	80	49	22	85	73
631	54	71	28	65	22	25	12	66	34	85
641	81	47	47	43	73	69	38	80	86	77
651	75	60	79	53	17	65	22	77	66	77
661	46	18	83	29	32	76	31	61	51	85
671	24	62	60	74	42	60	55	87	35	78
681	24	37	37	65	31	47	29	77	21	67
691	57	77	50	75	60	89	84	75	67	83
701	29	85	71	27	31	61	89	58	55	83
711	71	88	28	66	52	72	59	17	35	29
721	32	63	13	74	35	22	31	28	67	72
731	42	64	63	50	79	69	70	56	46	47
741	24	53	50	38	59	69	45	71	41	77
751	77	56	62	36	87	17	64	87	22	55
761	34	71	80	71	69	48	77	71	72	28
771	59	52	54	79	75	79	85	64	61	16
781	31	41	20	26	36	83	70	68	72	61
791	49	38	36	74	80	44	65	70	35	79
801	38	79	12	20	85	26	37	73	72	50
811	73	68	16	76	12	56	51	55	88	86
821	63	29	73	77	87	38	40	74	44	42
831	83	74	33	48	54	32	69	68	59	28
841	42	88	40	70	15	32	23	34	33	79
851	53	81	39	42	37	66	88	70	25	72
861	85	27	66	61	71	75	69	17	79	29
871	18	77	25	78	65	55	82	55	89	77
881	77	45	62	24	15	66	62	12	74	25
891	22	27	31	78	23	88	87	60	82	15
901	83	35	76	44	51	38	70	50	62	10
911	64	14	14	65	84	60	21	76	76	65
921	54	68	83	71	26	59	69	33	50	88
931	66	76	16	73	51	54	37	68	24	33
941	59	67	72	60	13	83	67	49	78	74
951	30	69	14	85	14	44	76	69	20	32
961	23	34	58	35	79	69	83	81	25	79
971	62	16	46	62	38	88	69	37	20	58
981	79	51	48	58	40	72	68	62	37	40

付録 B 3桁の乱数表 (seed=123456789)

XLISP-STAT において、下記のように、促進記号 (>) の後に、
(table-random-number-3 123456789 'tetsuo-kamijo 123456789)
と入力することによって出力される。

```
> (table-random-number-3 123456789 'tetsuo-kamijo 123456789)
```

Table of Random Number(3 digits)

No within class: 123456789

Name TETSUO-KAMIJO

Initial seed: 123456789

If a digit number of random number is $n(<=2)$,
then add (3-n) zero(s) before the random number.
For example, random number is 61, then
the number becomes 061.

i	i	i+1	i+2	i+3	i+4	i+5	i+6	i+7	i+8	i+9
1	218	956	829	561	415	66	257	109	43	633
11	61	449	401	754	797	1	897	350	94	13
21	859	840	123	7	260	912	113	351	822	267
31	692	561	861	453	911	597	188	761	396	185
41	574	367	617	361	212	714	117	299	825	824
51	61	710	88	777	745	308	899	763	761	406
61	938	562	17	501	41	368	271	858	29	17
71	152	114	353	119	206	212	612	809	587	215
81	768	723	448	855	945	909	519	30	481	292
91	902	667	412	156	833	964	740	456	653	406
101	540	832	145	717	775	362	531	379	269	877
111	761	913	135	291	118	771	320	877	679	949
121	793	21	102	991	563	704	994	604	46	562
131	21	609	728	748	469	135	202	860	40	773
141	155	895	487	148	893	445	599	228	572	639
151	65	2	629	412	628	469	258	754	768	403
161	660	584	304	684	780	910	131	595	490	854
171	848	83	383	411	565	394	538	775	509	305
181	584	559	195	856	529	344	530	406	692	121
191	858	722	79	492	466	878	584	173	684	278
201	214	68	679	261	829	442	351	32	628	86
211	516	11	919	396	871	722	455	966	78	870
221	688	337	36	214	908	455	474	258	302	434
231	971	335	358	615	424	366	438	78	849	65
241	3	8	486	622	598	290	944	824	290	38
251	34	510	677	397	151	662	428	236	628	621
261	281	769	663	824	986	350	151	179	770	441
271	263	761	869	600	629	623	830	919	573	620
281	368	24	23	430	652	373	493	618	55	341
291	532	969	825	485	285	319	754	14	956	75
301	927	692	629	328	975	54	393	507	822	935
311	713	358	143	207	749	490	502	373	795	192
321	511	708	428	267	791	988	601	352	92	967
331	704	215	377	379	671	937	936	394	20	522
341	264	907	267	14	687	934	74	947	193	542
351	376	9	205	128	119	665	842	806	13	557
361	95	217	121	657	75	179	519	847	875	28
371	273	824	712	713	407	933	273	931	926	340
381	394	310	264	18	876	727	597	971	469	621
391	125	916	634	708	19	228	496	246	583	628

seed for next table: 1349476249

参考文献

- [1] Abelson, H., Sussman, G.J., and Sussman, J.(1996), *Structure and Interpretation of Computer Programs*, Second Edition, The MIT Press.
邦訳: 和田英一訳 (2000) , 『計算機プログラムの構造と解釈』, 第2版,
ピアソン・エデュケーション.
- [2] Bratley, P., Fox, B.L., and Schrage L.E.(1987), *A Guide to Simulation*, Second Edition, Springer.
- [3] Freund, J.E. and Williams, F.J.(1977), *Elementary Business Statistics: The Modern Approach*, Third Edition, Prentice-Hall.
邦訳 (Second Edition の邦訳): 福場 庸, 大澤 豊 共訳 (1974) ,
『経済経営系のための統計学入門』, 培風館.
- [4] 藤曲哲郎, 森 隆一, 山本 浩 (1996), 『シミュレーションによる統計学』,
日本評論社.
- [5] 伏見正則 (1989), 『乱数』, 東京大学出版会.
- [6] Hammersley, J.M. and Handscomb, D.C.(1964), *Monte Carlo Methods*, Methuen .
- [7] Harvey, B. and Wright, M.(1994), *Simply Scheme: Introducing Computer Science*, The MIT Press .
- [8] IBM(1959), *Random Number Generation and Testing: Reference Manual*, IBM.
- [9] 石川 宏 (1994), 『C によるシミュレーション・プログラミング』, ソフトバンク.
- [10] 上條哲男 (1998), 「乱数について」, 『上智経済論集』, Vol.43, No.2, pp.139-178.
- [11] 上條哲男 (2000), 「LISP および Scheme による乱数生成」, 『上智経済論集』,
Vol.45, No.1, 2, pp.57-90.
- [12] 上條哲男 (2004), 「LISP-STAT による無作為標本抽出のコンピュータ・シミュレーション: 無限母集団の場合」,
『Web サイト (<http://pweb.sophia.ac.jp/~tkamijo/>) 』, pp.1-26.
- [13] 柏木 潤 (1996), 『M 系列とその応用』, 昭晃堂.
- [14] 木下宗七 編 (1996), 『入門統計学』, 有斐閣.
- [15] Knuth, D.E.(1981), *The Art of Computer Programming, Vol.2, Seminumerical Algorithms*, 2nd ed., Addison-Wesley .
邦訳 1: 渋谷政昭訳 (1981) 『準数値算法/乱数』 (第3分冊),
サイエンス社.
邦訳 2: 中川圭介訳 (1986) 『準数値算法/情報構造』 (第4分冊),
サイエンス社.

- [16] 栗原正仁 (1993), 『対話による Common Lisp 入門』, 森北出版.
- [17] Law, A.M. and Kelton, W.D.(1991), *Simulation Modeling and Analysis*, Second Edition, McGraw-Hill.
- [18] Marse, K. and Roberts, S.D.(1983), “Implementing a Portable FORTRAN Uniform (0, 1) Generator,” *Simulation*, Vol.41(October), pp.135-139.
- [19] McCarthy, J., Abrahams, P.W., Edwards, D.J., Hart, T.P., and Levin, M.I.(1962), *LISP 1.5 Programmer's Manual*, The MIT Press.
- [20] 宮武 修, 脇本和昌 (1978), 『乱数とモンテカルロ法』, 森北出版.
- [21] Naylor, T.H., Balintfy, J.L., Burdick, D.S. and Chu, K.(1966), *Computer Simulation Techniques*, Wiley .
邦訳: 水野幸男, 小柳佳勇 共訳 (1971),
『コンピュータ シミュレーション』, 培風館 .
- [22] Park, S.K. and Miller, K.W.(1988), “Random Number Generators: Good Ones Are Hard To Find,” *Communications of the ACM*, Vol.31, No.10(October), pp.1192-1201.
邦訳: 西村恕彦訳 (1993) 「乱数生成系で良質のものはほとんどない」,
邦訳 1: 『bit』, Vol.25, No.4(April), pp.19-27.
邦訳 2: 『bit』, Vol.25, No.5(May), pp.12-20.
- [23] Pidd, M.(1998), *Computer Simulation in Management Science*, Fourth Edition, Wiley.
- [24] Rubinstein, R. and Melamed, B.(1998), *Modern Simulation and Modelling*, Wiley.
- [25] Soft Warehouse(1992), *muLISP 90, Reference Manual*, Soft Warehouse.
- [26] Springer, G. and Friedman, D.P.(1989), *Scheme and the Art of Programming*, The MIT Press.
- [27] Steele, Jr., G.L.(1990), *Common LISP: The Language*, Second Edition, Digital Press .
邦訳: 井田昌之 翻訳監修 (1991) 『COMMON LISP』, 第2版, 共立出版.
- [28] 竹村彰通 (1997), 『統計』, 共立出版.
- [29] 竹内郁雄 (1986), 『初めての人のための LISP』, サイエンス社.
- [30] 垂水共之 (1999), 『Lisp-Stat による統計解析入門』, 共立出版.

- [31] Tierney, L.(1990), *LISP-STAT: An Object-Oriented Environment for Statistical Computing and Dynamic Graphics*,Wiley .
邦訳: 垂水共之, 鎌倉稔成, 林 篤裕, 奥村晴彦, 水田正弘 共訳 (1996),
『LISP-STAT 入門』, 共立出版 .
- [32] 津田孝夫 (1995), 『モンテカルロ法とシミュレーション』, 三訂版, 培風館.
- [33] Winston, P.H. and Horn, B.K.P.(1989), *LISP*, 3rd Edition, Addison Wesley.
邦訳: 白井良明, 安部憲広, 井田昌之 共訳 (1996) , LISP, 原書第 3 版,
() ().
- [34] 湯浅太一 (1991), 『Scheme マニュアル』, 岩波書店 .
- [35] 湯浅太一 (1991), 『Scheme 入門』, 岩波書店 .
- [36] 湯浅太一, 萩谷昌己 (1986), 『Common Lisp 入門』, 岩波書店.